

INFÖR KS5!

1) En funktion, $f(x)$, har följande teckentabell

x		-3		5	
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$		-8		2	

a) Ange koordinaterna till minimipunkten på funktionens graf.

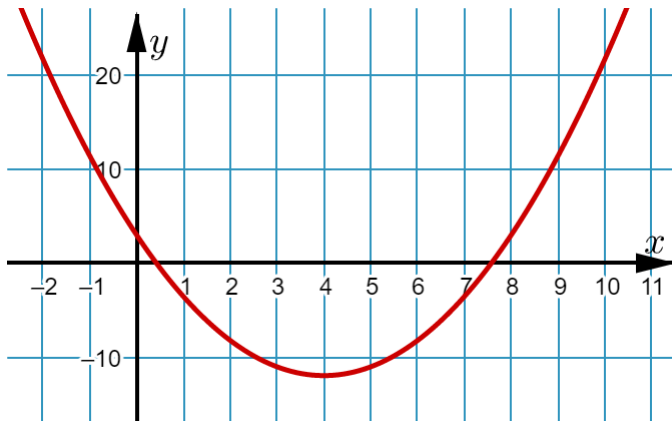
b) För vilka x är funktionen växande?

2/0/0

2) Undersök med hjälp av derivatan i vilka intervall funktionen $f(x) = x^3 - 3x^2$ är växande respektive avtagande.

2/0/0

3) Nedan är grafen till funktionen f ritad.



a) Är $f'(4)$ positiv, negativ eller noll?

b) För vilka x är funktionen växande?

2/0/0

- 4) Studera tabellen nedan. Den visar derivatans tecken för några olika x -värden för tredjegradsfunktionen f .

x	-2	-1	0	3	5
$f'(x)$	+	0	-	0	+

För vilket värde på x har grafen till funktionen f en minimipunkt? *Endast svar krävs.*

1/0/0

- 5) Funktionen $f(x) = x^4 - 32x$ har endast en extrempunkt.

- a) Bestäm x -koordinaten för denna extrempunkt.
b) Undersök om denna extrempunkt är en maximi - eller minimipunkt.

3/0/0

- 6) För funktionen f gäller att $f(x) = x^3 - 12x$.

Bestäm med hjälp av derivata koordinaterna för eventuella maximi-, minimi- och terrasspunkter för funktionens graf.

Bestäm också karaktär för respektive punkt, det vill säga om det är en maximi-, en minimi- eller en terrasspunkt.

3/1/0

- 7) Funktionen $y = 2e^x - 2x + 4$ har en extrempunkt. Bestäm punktens karaktär och dess koordinater.

3/0/0

- 8) Funktionen $f(x) = x^2 - 2x$ är definierad i intervallet $0 \leq x \leq 3$.

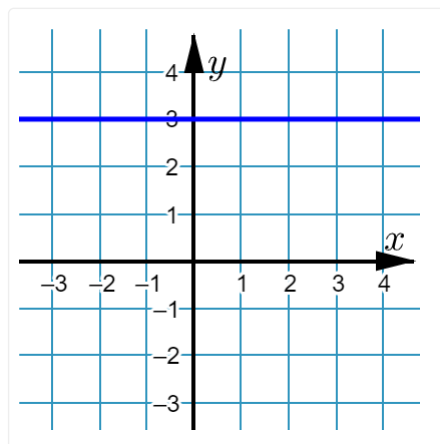
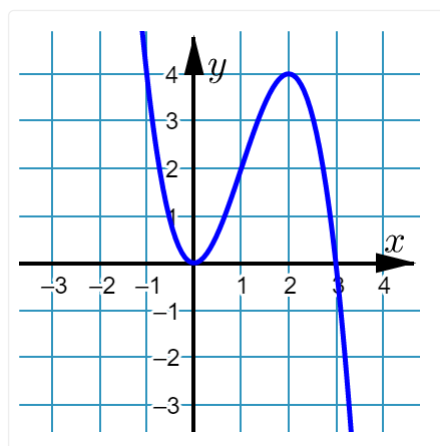
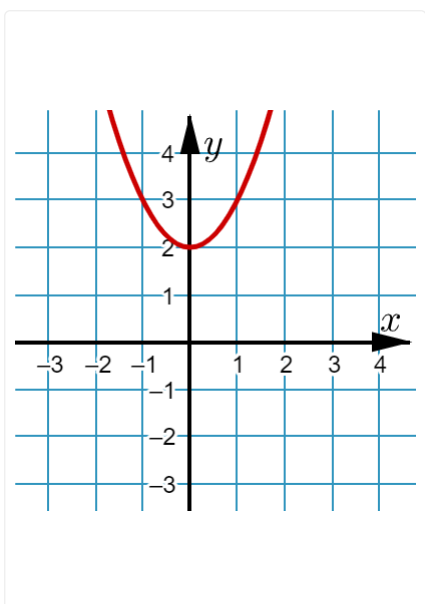
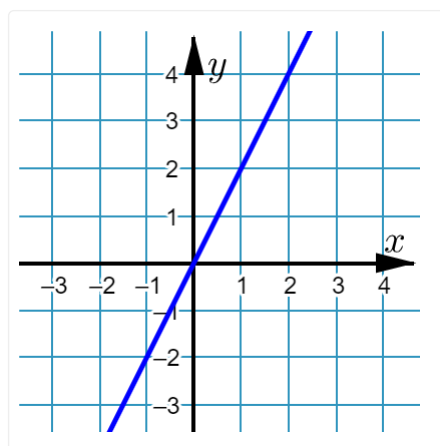
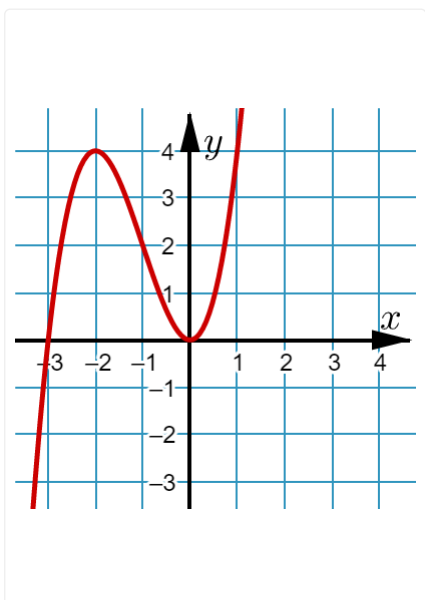
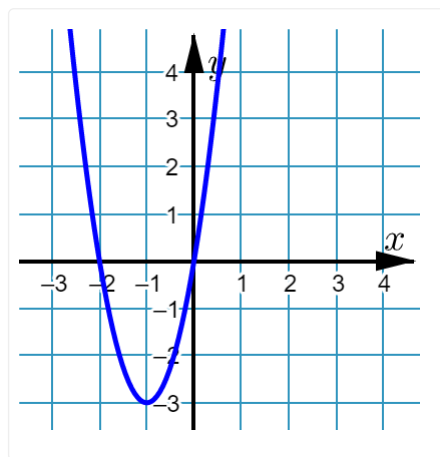
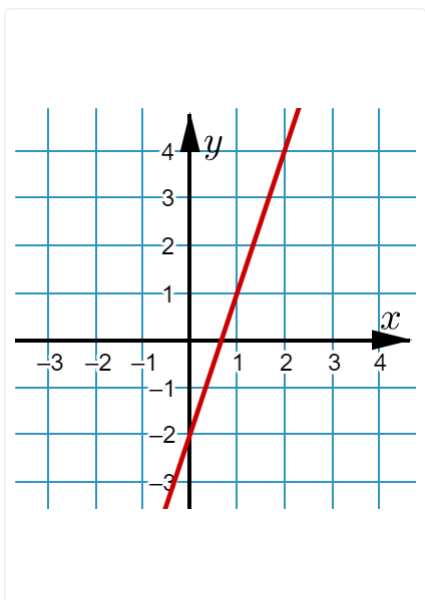
- a) Lös ekvationen $f'(x) = 0$
b) Bestäm funktionens största och minsta värde.

4/0/0

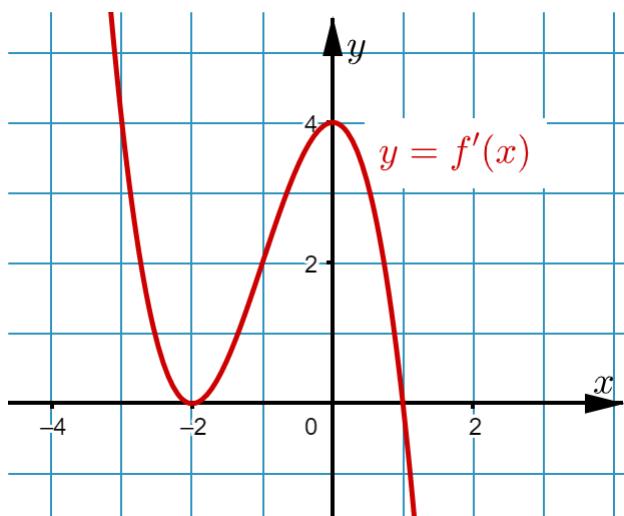
- 10) Bestäm största och minsta värde för funktionen $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 9x + 8$ i intervallet $-2 \leq x \leq 2$.

1/2/0

11) Para ihop funktionsgraf (till vänster) med dess derivatagraf (till höger).



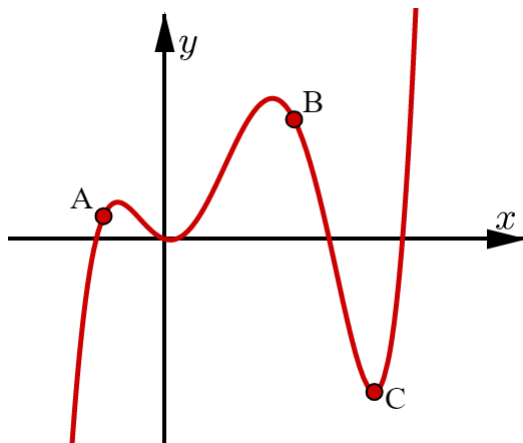
12) Figuren visar grafen till f' .



Bestäm de värden på x då funktionen f har en terrass-, minimi- eller maximipunkt och vilken typ av punkt det är. Glöm inte att motivera ditt svar.

1/2/0

13) I figuren visas grafen till $y = f(x)$.

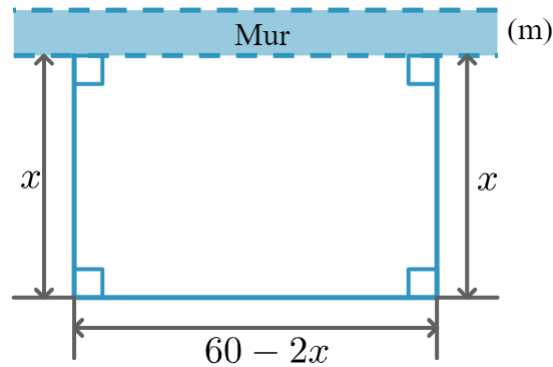


Nedan listas ett antal påståenden. Ange för vilka av punkterna respektive påstående är korrekt.

	A	B	C
$f'(x) = 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$f'(x) > 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$f''(x) < 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$f''(x) > 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$f''(x) = 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$f'(x) < 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

1/1/0

- 14) Leila har köpt 60 meter staket för att göra en fårhage där en av sidorna ska utgöras av en mur. Hon undersöker hur långa sidor fårhagen ska ha för att arean ska bli så stor som möjligt. Leila ritat en bild och betecknar fårhagens bredd med x m. Då blir längden $(60 - 2x)$ m. Se figur.



- a) Teckna ett uttryck för fårhagens area. *Endast svar krävs.*
- b) Bestäm med hjälp av derivata fårhagens maximala area.

4/0/0

- 15) Bertil och Svea äger en minigolfbana och de funderar på att höja spelpriset för att öka vinsten. De har kommit fram till vinsten V kr som en funktion av prishöjningen x kr ges av:

$$V(x) = (4 + x)(200 - 20x)$$

Beräkna med hjälp av derivata, vilken prishöjning som ger den största vinsten.

3/0/0

- 16) En hundägare ska sätta upp ett stängsel till en rektangulär rastgård. Han har 680 m stängsel. Bestäm med hjälp av derivata vilka mått på rastgården som ger maximal area.

1/2/0

Bedömningsanvisningar

1) a) $(-3,-8)$

Korrekt svar.

+ 1p

(E)

b) $-3 \leq x \leq 5$

Korrekt svar. Poäng ges även om strikt olikhet används.

+ 1p

(E)

2) Växande: $x \leq 0$, $x \geq 2$

Avtagande: $0 \leq x \leq 2$

Bestämmer derivatans nollställen

+ 1p

(E)

Korrekt svar inklusive godtagbar motivering, t ex med teckenstudie.

+ 1p

Obs: Svaret godtas även om strikt olikhet anges.

(E)

3) a) Noll

Korrekt svar.

+ 1p

(E)

b) $x \geq 4$

Godtagbart svar. Även $x > 4$ bedöms godtagbart.

+ 1p

(E)

4) $x = 3$

Korrekt svar.

+ 1p

(E)

- 5) a) $x = 2$
Korrekt derivering, $f'(x) = 4x^3 - 32$ och korrekt svar. + 1p
(E)
- b) Minimipunkt
Korrekt svar, + 1p
(E)
med godtagbar verifiering. + 1p
(E)
- 6) Maximipunkt $(-2, 16)$ och minimipunkt $(2, -16)$
Korrekt bestämning av derivatans nollställen + 1p
(E)
med korrekt bestämning av extrempunkternas koordinater + 1p
(E)
Godtagbar verifiering av extrempunkternas karaktär. + 1p
(E)
Lösningen är möjlig att följa och förstå, någorlunda fullständig,
välstrukturerad samt innehåller i stort endast relevanta delar.
Matematiska symboler och representationer är använda med viss + 1p
anpassning till syfte och situation. (C)
- 7) Minimipunkt, $(0, 6)$
Deriverar korrekt och bestämmer derivatans nollställe + 1p
(E)
med korrekta koordinater. + 1p
(E)
Verifierar punkten med andraderivata eller teckenstudium. + 1p
(E)

8) a) $x = 1$

Godtagbar ansats, till exempel deriverar korrekt + 1p
(E)

med i övrigt godtagbar lösning och svar. + 1p
(E)

b) Största värde: 3, Minsta värde: -1

Godtagbar ansats, till exempel testar de tre x -värdena ($x = 0, x = 1$ och $x = 3$) + 1p
(E)

med i övrigt godtagbar lösning och svar. + 1p
(E)

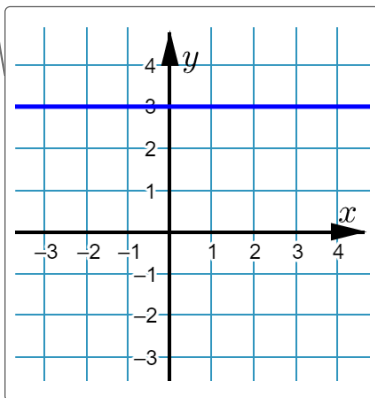
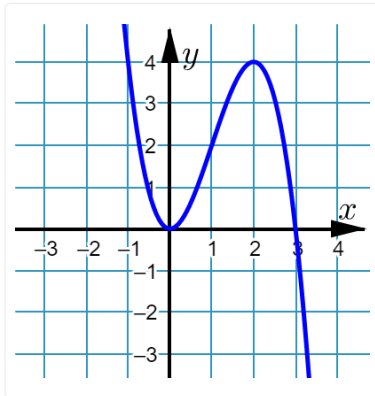
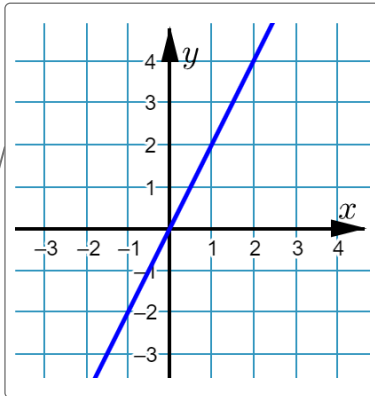
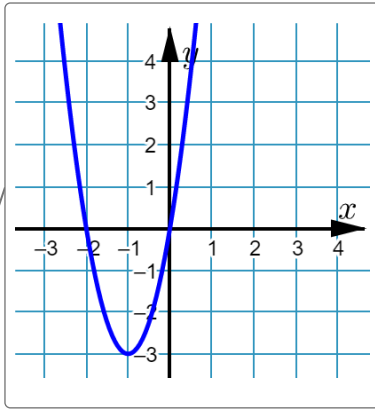
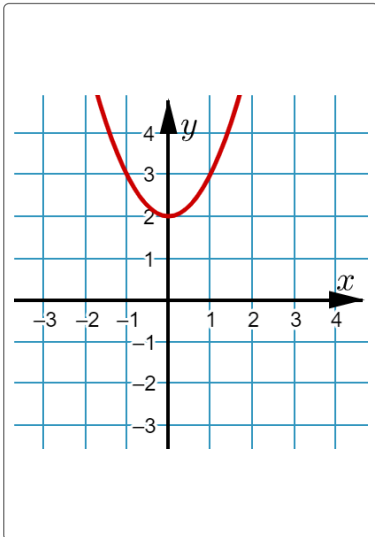
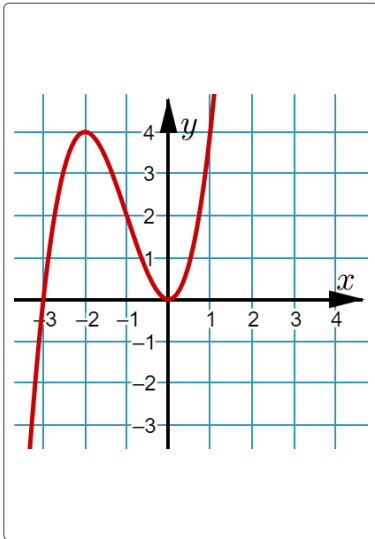
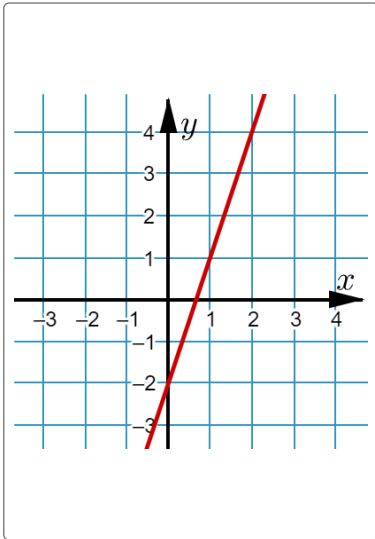
10) Största värde = 13
Minsta värde = -14

Godtagbar ansats, t.ex. deriverar funktionen korrekt + 1p
(E)

Löser $f'(x) = 0$ och utesluter $x = -3$ + 1p
(C)

Korrekt svar + 1p
(C)

11)



Minst 2 rätt och max 1 fel.

+ 1p
(E)

Alla rätt.

+ 1p
(E)

- 12) $x = -2$, terrasspunkt
 $x = 1$, maximipunkt

Något korrekt x -värde med tillhörande typ angiven.

+ 1p
(E)

Korrekt svar. (båda punkterna, med typ angiven)

+ 1p
(C)

Korrekt motivering för någon av punkterna, t ex hänvisning till teckenväxling.

+ 1p
(C)

13)

	A	B	C
$f'(x) = 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$f'(x) > 0$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$f''(x) < 0$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$f''(x) > 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$f''(x) = 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$f'(x) < 0$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Minst 3 rätt och max 3 fel.

+ 1p
(E)

Alla rätt.

+ 1p
(C)

- 14) a) $x(60 - 2x)$

Korrekt svar.

+ 1p
(E)

- b) 450 m²

Godtagbar ansats, bestämmer derivatans nollställe, $x = 15$

+ 1p
(E)

med i övrigt korrekt bestämning av arean.

+ 1p
(E)

Godtagbar verifiering av maximum.

+ 1p
(E)

- 15)** 3 kr
- Godtagbar ansats, t.ex. utvecklar uttrycket och deriverar + 1p
(E)
- med korrekt nollställe ($x = 3$) + 1p
(E)
- med korrekt svar. + 1p
(E)
-
- 16)** Båda sidorna ska vara 170 m, då blir arean 28 900 m².
- Ansats till lösning, till exempel bestämning av funktionsuttryck. + 1p
(E)
- Fullständig lösning av problemet + 1p
(C)
- med korrekt svar. + 1p
(C)